

FOR EVALUATOR'S USE ONLY

Sub. Code : **20**

Optional Paper

Mathematics : Paper – II

Time : 3 Hours / Maximum Marks : 200 / Total Pages : 48

Evaluation Table

(For Evaluator's Use Only)

PART-A				PART-B				PART-C				Grand Total		
QN	E-1	E-2	AC	QN	E-1	E-2	AC	QN	E-1	E-2	AC	PART-A		
1				21				33				PART-B		
2				22				34				PART-C		
3				23				35				Total		
4				24				36				(-) Marks		
5				25				37				Final Total		
6				26				38				Marks in Words		
7				27				39				Remarks of Evaluator/Chief Evaluator		
8			28											
9			29											
10			30											
11			31											
12			32											
13														
14														
15														
16														
17														
18												Remarks of Scrutiniser		
19														
20														
Total														
Evalu ator's Sign														

BLANK PAGE

20 - I

20 - II]

2



[C

Note : Attempt all the twenty questions. Each question carries 2 marks. Answer should not exceed 15 words.

नोट : समस्त २० प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिये २ अंक निर्धारित है। उत्तर १५ शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिये।

1 Find the unit vector normal to the surface $x^2y + 2xz = 4$ at the point $(2, -2, 3)$.

पृष्ठ $x^2y + 2xz = 4$ के बिन्दु $(2, -2, 3)$ पर अभिलम्ब की दिशा में इकाई सदिश ज्ञात कीजिए।

2 Prove that the vector $r^n \vec{r}$ is an irrotational vector for all values of n .

सिद्ध कीजिए कि n के सभी मानों के लिए सदिश $r^n \vec{r}$ एक अघूर्णीय सदिश है।



3 If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ and $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$, then find angle between \vec{a} and \vec{b} .

यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ तथा $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$, तो \vec{a} एवं \vec{b} के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

4 Define angle of friction.

घर्षण कोण परिभाषित कीजिए।



5 Write the principle of virtual work for a system of coplanar forces acting at different points of a rigid body.

किसी दृढ़ पिंड के विभिन्न बिन्दुओं पर क्रियाशील समतलीय बल निकाय के लिए कल्पित कार्य का सिद्धान्त लिखिए ।

6 What are the conditions of equilibrium of a freely floating body in a liquid ?

द्रव में स्वतन्त्र रूप से तैरते पिण्ड पर सन्तुलन के प्रतिबन्ध क्या हैं ?



- 7 If the angular velocity of a particle moving in a plane curve be constant about a origin, show that its transverse acceleration is proportional to its radial velocity.
यदि किसी समतल वक्र में एक गतिमान कण का मूल बिन्दु के सापेक्ष कोणीय वेग अचर है सिद्ध करो कि उसका अनुप्रस्थ त्वरण अरीय वेग के समानुपाती होगा ।

- 8 A particle is moving with simple harmonic motion of amplitude a . At what distance from the centre will its velocity be half of the maximum ?
एक कण सरल आवर्तगति में जिसका आयाम a है, गतिमान है । केन्द्र से कितनी दूरी पर वेग अधिकतम वेग का आधा होगा ।



9 Prove that the areal velocity in a central orbit is independent of time.

सिद्ध कीजिए कि एक संकेन्द्र कक्षा में क्षेत्रीय वेग समय से स्वतंत्र होता है ।

10 Define the basic feasible solution of a linear programming problem.

रैखिक प्रोग्रामन समस्या के आधारी सुसंगत हल को परिभाषित कीजिए ।

11 What do you mean by slack and surplus variables in L.P.P. ?

L.P.P. में न्यूनतापूरक एवं अधिक्क्यपूरक चरों के बारे में आप क्या जानते हैं ?



12 Explain dual problem in a linear programming problem.

रैखिक प्रोग्रामन समस्या में प्रति (द्वैत) समस्या को समझाइये ।

13 Solve the following difference equation :

निम्न अन्तर समीकरण हल कीजिए ।

$$U_{x+2} - U_{x+1} - 2U_x = 0$$



- 14 Find the truncation error for e^x at $x = \frac{1}{5}$ if first three terms are retained in expansion.

e^x की $x = \frac{1}{5}$ पर रूंडन त्रुटि ज्ञात कीजिए यदि प्रसार में प्रथम तीन पदों को धारित किया जाये ।

- 15 Find the order and degree of the difference equation $y_{n+2} - 7y_n = 5$

अन्तर समीकरण $y_{n+2} - 7y_n = 5$ की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए ।



16 Explain Regula-falsi method.

रेगूला - फाल्सी विधि को समझाइये ।

17 Solve : हल कीजिये :

$$(x+y)(dx-dy) = dx+dy$$



18 Find integrating factor (I.F.) of differential equation $(x^3 + xy^4)dx + 2y^3dy = 0$.

अवकल समीकरण $(x^3 + xy^4)dx + 2y^3dy = 0$ का समाकलन - गुणांक ज्ञात कीजिये ।

19 Find complementary function of the following differential equation :

निम्न अवकल समीकरण का पूरक फलन ज्ञात कीजिए ।

$$(D-1)^2(D^2+1)^2 y = \sin^2 x/2 + e^x.$$



Lined writing area with horizontal lines.

ntd...



20-111

[Contd...]



22. By Stoke's theorem prove that $\text{div curl } \vec{F} = 0$.

स्टॉक की प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि $\text{div curl } \vec{F} = 0$.



- 23 A uniform chain, of length ℓ , is to be suspended from two points A and B , in the same horizontal line so that either terminal tension is n times that at the lowest point, show that the span AB must be

$$\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \log \left\{ n + \sqrt{(n^2-1)} \right\}$$

(लम्बाई की एक समान जंजीर को एक ही क्षैतिज रेखा के दो बिन्दुओं A तथा B के मध्य लटकाना है । जिसके किसी सिरे पर तनाव निम्नतम बिन्दु पर तनाव का n गुना है, तो सिद्ध करो कि इसकी विस्तृति AB होगी ।

$$\frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \log \left\{ n + \sqrt{(n^2-1)} \right\}$$



24. A quadrilateral $ABCD$ is immersed in the liquid with CD in the free surface and sides AD and BC vertical of lengths α and β respectively. Find the depth of centre of pressure (c.p.) in terms of α and β .

एक चतुर्भुजाकार पटल $ABCD$ की भुजा CD मुक्त पृष्ठ में है और भुजाएँ AD तथा BC ऊर्ध्वाधर तथा क्रमशः α और β लम्बाई की है। दाब केन्द्र की गहराई, α और β के पदों में ज्ञात कीजिए।



25 A heavy elastic ball drops from the ceiling of a room and after rebounding twice the floor reaches a height equal to one half that of the ceiling. Prove that the co-efficient

of restitution is $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4}$.

एक भारी प्रत्यास्थ गेंद कमरे की छत से गिरती है और दो बार फर्श से प्रक्षिप्त होकर छत की आ

ऊँचाई तक पहुँचती है, तो सिद्ध कीजिए कि प्रत्यानयन गुणांक $\left(\frac{1}{2}\right)^{1/4}$ है ।



26 Two particles connected by a fine string are constrained to move in a cycloidal tube in a vertical plane, the axis of the cycloid being vertical and vertex upwards. Prove that the tension in the string is constant through out the motion.

दो कण एक पतली डोरी से बन्धे हैं तथा एक चक्रज नली में संरुद्ध गति से गतिमान हैं । चक्रज का अक्ष उर्ध्वाधर एवं शीर्ष ऊपर की ओर है । सिद्ध करो कि कणों के गतिमान रहते हुए डोरी में तनाव अचर रहेगा ।



27 By using Newton-Raphson's method, find the root of $x^4 - x - 10 = 0$, which is near to $x=2$, correct to three places of decimal.

न्यूटन-राफसन विधि के प्रयोग से $x^4 - x - 10 = 0$, का मूल ज्ञात कीजिए जो कि $x=2$ के सन्निकट हो तथा दशमलव के तीन स्थानों तक सही हों ।



28 Solve by Simplex method.

सिम्पलेक्स विधि से हल कीजिए :

Minimize (निम्नतम) $Z = x_1 + x_2 + 3x_3$

Subject to (प्रतिबन्ध) $3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 3$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 2$$

and (और) $x_1, x_2, x_3 \geq 0$



- 29 Given following data, find the value of the following integral using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule
दिये गये आँकड़ों से निम्न समाकलन का सिम्पसन के एक तिहाई नियम द्वारा मान ज्ञात कीजिए

$$\int_0^4 e^x dx$$

$$e = 2.72, e^2 = 7.39, e^3 = 20.09, e^4 = 54.60$$



31 Solve : हल कीजिए :

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x \frac{dy}{dx} - 2y = x^3 + 3x.$$

32 Solve the following equations :

निम्न समीकरणों को हल कीजिये :

$$\frac{dx}{dt} = -wy, \quad \frac{dy}{dt} = wx$$

Show that the point (x, y) lies on a circle.

प्रदर्शित कीजिए कि बिन्दु (x, y) एक वृत्त पर स्थित है ।





Note : Attempt any 5 questions. Each question carries 20 marks. Answer should not exceed 200 words.

नोट : कोई ५ प्रश्न कीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए २० अंक निर्धारित हैं। उत्तर २०० शब्दों से अधिक नहीं होना चाहिए।

33 Verify Gauss' theorem for

$$\vec{F} = (x^2 - yz)\hat{i} + (y^2 - xz)\hat{j} + (z^2 - xy)\hat{k}$$

taken over the rectangular parallelepiped.

$$0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c.$$

$$\vec{F} = (x^2 - yz)\hat{i} + (y^2 - xz)\hat{j} + (z^2 - xy)\hat{k}$$

के लिए गॉस प्रमेय का सत्यापन कीजिये जो समकोणिक समान्तर षट्फलक $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq c$ से परिबद्ध है।

Page 1 of 1

Page 2 of 1

Page 3 of 1

Page 4 of 1



- 34 (a) A cylindrical tumbler, half filled with a liquid of density ρ is completely filled with liquid of density ρ' which does not mix with the former one. If h is the height and r be the radius of the base of cylinder, then find the ratio of the pressure on the base of the tumbler and the whole pressure on its curved surface.

एक बेलनाकार टम्बलर ρ घनत्व के एक द्रव से आधा भरा हुआ है, ρ' घनत्व के एक दूसरे द्रव से जो पहिले वाले द्रव से नहीं मिलता है, पूरा भरा जाता है। यदि बेलन की ऊँचाई h तथा आधार की त्रिज्या r हो तो टम्बलर के आधार पर दाब तथा उसके वक्र पृष्ठ पर सम्पूर्ण दाब का अनुपात ज्ञात कीजिए।

- (b) Six equal heavy rods freely hinged at their ends form a regular hexagon $ABCDEF$ which when hung up by the point A is kept from altering its shape by two light rods BF and CE . Find the thrust of these rods.

छः एक समान भारी छडे स्वतंत्रतापूर्वक सिरों पर जुडी है और एक समषड्भुज $ABCDEF$ बनाती है। इसे A से लटकाया जाता है और दो भारहीन छडों BF तथा CE द्वारा इस आकृति के अपरिवर्तित रखा जाता है। इन छडों में प्रणोद ज्ञात करिए।



Lined writing area with horizontal lines.

सं. १५३३/१९९५
१५/११/९५



- 35 (a) The angular elevation of an enemy's position on a hill h meter high is β . Show that in order of shell it, the initial velocity of the projectile must not be less than $\sqrt{\{gh(1 + \operatorname{cosec}\beta)\}}$

h मीटर ऊँची किसी पहाड़ी पर एक शत्रु की स्थिति का कोणीय उन्नतांश β है। सिद्ध करिए कि इस पर गोली से वार करने के लिए प्रक्षेप्य का प्रारम्भिक वेग $\sqrt{\{gh(1 + \operatorname{cosec}\beta)\}}$ से कम नहीं होगा।

- (b) A particle falls from rest under gravity in a medium whose resistance varies as square of the velocity. If v be the velocity actually acquired by it, v_0 , the velocity it would have acquired had there been no resistance and V , the terminal velocity

Prove that $\frac{v^2}{v_0^2} = 1 - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{V^2} + \frac{1}{2 \cdot 3} \frac{v_0^4}{V^4} - \dots$

एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन विरामावस्था से एक ऐसे माध्यम में गिरता है जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग का समानुपाती है। यदि उसके द्वारा वास्तव में प्राप्त किया गया वेग v है, v_0 वह वेग है, जो वह प्राप्त करता है जबकि कोई प्रतिरोधी माध्यम नहीं होता है और V अन्तिम

वेग है, तो सिद्ध करिए कि $\frac{v^2}{v_0^2} = 1 - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{V^2} + \frac{1}{2 \cdot 3} \frac{v_0^4}{V^4} - \dots$





36 Solve the following transportation problem :

निम्न परिवहन समस्या को हल कीजिए :

	D_1	D_2	D_3	D_4	
O_1	1	2	1	4	30
O_2	3	3	2	1	50
O_3	4	2	5	9	20
	20	40	30	10	100



37 (a) Use Gauss's forward formula to find y for $x=30$, given that

x	21	25	29	33	37
y	18.4708	17.8144	17.1070	16.3432	15.5154

गॉस अग्र सूत्र के प्रयोग से $x=30$ पर y का मान ज्ञात कीजिए। दिया हुआ है -

x	21	25	29	33	37
y	18.4708	17.8144	17.1070	16.3432	15.5154

(b) Solve the difference equation

$$u_{x+2} - 7u_{x+1} + 12u_x = \cos x$$

अन्तर समीकरण $u_{x+2} - 7u_{x+1} + 12u_x = \cos x$ को हल करिए।



W. J. J. J. J.

20 - II]

37

[Contd...



0 2 0 - 1 1 0

- 38 (a) Find general and singular solution of the following equation :
निम्न अवकल समीकरण का व्यापक तथा विचित्र हल ज्ञात कीजिए :

$$xp^2 - 2yp + 4x = 0$$

- (b) Solve :
हल कीजिए :

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2+y^2}$$



39 (a) Solve : हल कीजिए :

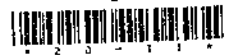
$$(D^5 - D)y = 12e^x + 8\sin x - 2x$$

(b) Solve by the method of variation of parameters.
प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिए ।

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = \frac{2}{1+e^x}$$



Blank lined area for text entry.



Lined writing area with 20 horizontal lines.





Lined writing area with 25 horizontal lines.



SPACE FOR ROUGH WORK / रफ कार्य के लिए जगह

20 - II]

46

[Contd...

20 -



y)



